17 iulie 2018, **Admitere UPB, Fizică Fb**. Enunțuri şi rezolvare (dr. Savu-Sorin Ciobanu)

1. Dacă asupra unui resort acționează o forță de 10 N acesta se alungeşte cu 1 cm. Lucrul mecanic efectuat pentru a alungi resortul cu 2 cm este: **(6 pct.)**

a) 1 J; b) 0,2 J; c) 0,02 J; d) 20 J; e) 2 J; f) 0,05 J.

R1. Resortul se alungeşte sub acțiunea unei forțe deformatoare $F = kx$, egală în modul şi de sens opus forței elastice, iar lucrul mecanic efectuat de aceasta pentru a alungi resortul din poziția de echilibru pînă la elongația X este $L = \int_0^X F \cdot \mathrm{d}x = \int_0^X kx\mathrm{d}x = \frac{kX^2}{2}$. Obținem

$$L_2 = \frac{F_1}{X_1} \cdot \frac{X_2^2}{2} = \frac{F_1 X_2}{2} \cdot \frac{X_2}{X_1} = 0,2\mathrm{J}.$$

Comentariu: Putem scrie şi $L = \frac{kX^2}{2} = \frac{FX}{2}$

R1bis. Resortul se alungeşte sub acțiunea unei forțe deformatoare $F = kx$, egală în modul şi de sens opus forței elastice, aşa că lucrul mecanic efectuat de aceasta pentru a alungi resortul din poziția de echilibru pînă la o elongație X este egal cu opusul lucrului mecanic al forței elastice. Iar acesta din urmă este egal cu opusul variației energiei potențiale elastice, adică $L = -L_{F_{el}} = \Delta E_{p_{el}} = \frac{kX^2}{2}$. Obținem $L_2 = \frac{F_1}{X_1} \cdot \frac{X_2^2}{2} = \frac{F_1 X_2}{2} \cdot \frac{X_2}{X_1} = 0,2\mathrm{J}$.

2. De tavanul unui lift ce se ridică cu accelerația de 5 m/s^2 este fixat un dinamometru de care atârnă un scripete ideal. Peste scripete este trecut un fir ideal, de capetele căruia sunt legate două corpuri cu masele 200 g şi 300 g. Indicația dinamometrului este: **(6 pct.)**

a) 5,0 N; b) 5,4 N; c) 4,4 N; d) 7,2 N; e) 6,2 N; f) 8,5 N.

R2 Alegem sistemul de referință inerțial al Pămîntului. Considerăm pozitiv sensul axei verticale (singura care ne interesează în problemă) în jos. Astfel greutățile celor 2 corpuri sînt pozitive, tensiunile din fir care acționează asupra celor 2 corpuri sînt negative, iar accelerația scripetelui este negativă $-a$. Corpul cel mic coboară în raport cu scripetele cu accelerația a^*, adică va avea față de Pămînt accelerația $a^* - a$ (accelerația corpului față de Pămînt este egală cu accelerația corpului față de scripete plus accelerația scripetelui față de Pămînt), iar corpul cel mare *urcă* în raport cu scripetele cu accelerația a^*, adică proiecția acesteia pe axa verticală este $-a^*$, iar accelerația corpului mare față de Pămînt este $-a^* - a$ (intenționat am făcut presupunerea respectivă, anume că corpul mai uşor coboară, împotriva bunului simț fizic, ca să fim corectați de rezultate). Legea a doua a dinamicii scrisă pentru cele 2 corpuri este:

$$m\left(a^* - a\right) = mg - T$$

$$M\left(-a^* - a\right) = Mg - T,$$

iar

$$a^* - a = g - \frac{T}{m}$$

$$-a^* - a = g - \frac{T}{M}$$

de unde se obține prin adunare

$$T = 2\frac{mM}{m+M}\left(g + a\right)$$

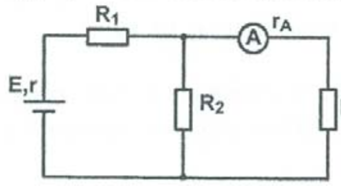
şi cum scripetele este ideal, forţa indicată de dinamometrul de care e legat scripetele de tavan este dublul tensiunii din fir:

$$F = 2T = 4\frac{mM}{m+M}(g+a) = 7{,}2\text{N}$$

Comentariu: Acceleraţia a^* a corpurilor faţă de scripete se obţine acum din oricare dintre primele 4 ecuaţii de mai sus; astfel $a^* = a + g - \frac{T}{m} = (a+g)\frac{m-M}{m+M}$, adică este negativă, deci corpul mai uşor urcă faţă de scripete iar corpul mai greu coboară.

Comentariu 2: Problema ar fi putut fi rezolvată şi în sistemul de referinţă neinerţial al scripetelui, introducînd forţele de inerţie, în acest sistem de referinţă neinerţial corpurile "simţind" un cîmp gravitaţional de intensitate $g + a$.

3. În circuitul din figură sursa are tensiunea electromotoare E şi rezistenţa internă r, iar ampermetrul rezistenţa r_A. Se ştie că $r \neq r_A$. Se schimbă între ele sursa cu ampermetrul. Dacă intensităţile măsurate de ampermetru în cele două cazuri sunt egale, atunci relaţia dintre rezistenţele din circuit este: **(6 pct.)**



a) $r + R_1 + R_2 = r_A + R_3$; b) $\frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{R_2}{R_2+R_3}$; c) $\frac{(r+R_2)R_1}{r+R_1+R_2} = \frac{(r_A+R_2)R_3}{r_A+R_2+R_3}$;

d) $R_1 = R_3$; e) $2r + R_1 = r_A + R_3$; f) $\frac{r+R_2}{r+R_1+R_2} = \frac{r_A+R_2}{r_A+R_2+R_3}$.

R3. În situaţia iniţială, prezentată în figură, intensitatea măsurată de ampermetru este intensitatea I_3 a curentului care trece prin rezistorul R_3 (şi prin ampermetru). La capetele grupării serie ampermetru - rezistorul R_3 avem practic o grupare în paralel a 2 surse, prima cu tensiunea electromotoare E şi rezistenţa internă echivalentă $R_1 + r$, şi a doua cu tensiunea electromotoare $E^* = 0$ şi rezistenţa internă echivalentă R_2, grupare echivalentă cu o sursă cu tensiunea electromotoare

$$E_{12} = \frac{\frac{E}{R_1+r} + \frac{0}{R_2}}{\frac{1}{R_1+r} + \frac{1}{R_2}} = \frac{\frac{E}{R_1+r}}{\frac{1}{R_1+r} + \frac{1}{R_2}}$$

şi cu rezistenţa internă dată de relaţia:

$$\frac{1}{r_{12}} = \frac{1}{R_1+r} + \frac{1}{R_2}$$

Astfel, curentul I_3 prin rezistenţa R_3 şi prin ampermetru este $I_3 = \frac{E_{12}}{r_{12} + r_A + R_3}$, adică

$$I_3 = \frac{\dfrac{\dfrac{E}{R_1 + r}}{\dfrac{1}{R_1 + r} + \dfrac{1}{R_2}}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1 + r} + \dfrac{1}{R_2}} + r_A + R_3}$$

După ce se permută sursa cu ampermetrul, prin ampermetru va circula curentul I_1 care circulă şi prin rezistorul R_1, generat de sursa de tensiune electromotoare echivalentă obţinută din gruparea în paralel a sursei cu tensiunea electromotoare E şi rezistenţa internă echivalentă $R_3 + r$ cu sursa cu tensiunea electromotoare $E^* = 0$ şi rezistenţa internă echivalentă R_2, grupare caracterizată de

$$E_{23} = \frac{\dfrac{E}{R_3 + r} + \dfrac{0}{R_2}}{\dfrac{1}{R_3 + r} + \dfrac{1}{R_2}} = \frac{\dfrac{E}{R_3 + r}}{\dfrac{1}{R_3 + r} + \dfrac{1}{R_2}}$$ şi

$\dfrac{1}{r_{23}} = \dfrac{1}{R_3 + r} + \dfrac{1}{R_2}$, care debitează pe $r_A + R_1$ curentul

$$I_1 = \frac{\dfrac{\dfrac{E}{R_3 + r}}{\dfrac{1}{R_3 + r} + \dfrac{1}{R_2}}}{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_3 + r} + \dfrac{1}{R_2}} + r_A + R_1}.$$

Vedem imediat că cea mai simplă condiţie ca intensităţile I_1 şi I_3 să fie egale este $R_1 = R_3$.

Să "judecăm" problema şi din punct de vedere al simetriei. Am putea, în desenul iniţial, să schimbăm locul între sursa de tensiune electromotoare şi rezistenţa R_1. Avem astfel pe laturile verticale ale desenului rezistenţele R_1, R_2 şi R_3, iar pe latura orizontală de sus sursa şi ampermetrul Astfel, dacă schimbăm între ele locurile sursei şi ampermetrului, laturile verticale rămîn neschimbate.

În starea iniţială:

a.) sursa în serie cu R_1 debitează pe gruparea în paralel dintre R_2 şi legătura în serie dintre ampermetru şi R_3.

Dacă schimbăm între ele locurile sursei şi ampermetrului:

b.) sursa în serie cu R_3 debitează pe gruparea în paralel dintre R_2 şi legătura în serie dintre ampermetru şi R_1.

Curentul indicat de ampermetru este acelaşi în cele două situaţii cînd (este foarte uşor vizibil asta) $R_1 = R_3$.

Să vedem dacă mai există şi vreo altă soluţie.

Din ultimele 2 expresii, obţinem simplu:

$$\frac{1}{I_1}=\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_3+r}+\dfrac{1}{R_2}}+r_A+R_1}{\dfrac{\dfrac{E}{R_3+r}}{\dfrac{1}{R_3+r}+\dfrac{1}{R_2}}}=\left(\frac{1}{\dfrac{1}{R_3+r}+\dfrac{1}{R_2}}+r_A+R_1\right)\left(\frac{1}{R_3+r}+\frac{1}{R_2}\right)(R_3+r)\frac{1}{E}=$$

$$=\left[1+(r_A+R_1)\left(\frac{1}{R_3+r}+\frac{1}{R_2}\right)\right](R_3+r)\frac{1}{E}=\left[R_3+r+r_A+R_1+\frac{(r_A+R_1)(R_3+r)}{R_2}\right]\frac{1}{E}=$$

$$=\left(R_3+r+r_A+R_1+\frac{r_AR_3+r_Ar+R_1R_3+R_1r}{R_2}\right)\frac{1}{E}$$

şi

$$\frac{1}{I_3}=\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1+r}+\dfrac{1}{R_2}}+r_A+R_3}{\dfrac{\dfrac{E}{R_1+r}}{\dfrac{1}{R_1+r}+\dfrac{1}{R_2}}}=\left(\frac{1}{\dfrac{1}{R_1+r}+\dfrac{1}{R_2}}+r_A+R_3\right)\left(\frac{1}{R_1+r}+\frac{1}{R_2}\right)(R_1+r)\frac{1}{E}=$$

$$=\left[1+(r_A+R_3)\left(\frac{1}{R_1+r}+\frac{1}{R_2}\right)\right](R_1+r)\frac{1}{E}=\left[R_1+r+r_A+R_3+\frac{(r_A+R_3)(R_1+r)}{R_2}\right]\frac{1}{E}=$$

$$=\left(R_1+r+r_A+R_3+\frac{r_AR_1+r_Ar+R_3R_1+R_3r}{R_2}\right)\frac{1}{E}$$

Astfel, condiția ca intensitățile I_1 şi I_3 să fie egale este:

$r_AR_3+r_Ar+R_1R_3+R_1r=r_AR_1+r_Ar+R_3R_1+R_3r$, adică $(r_A-r)(R_3-R_1)=0$.

Deci soluțiile posibile sînt $r_A=r$ sau $R_3=R_1$. Cum în enunț se specifică $r_A\neq r$, singura soluție posibilă este $R_3=R_1$.

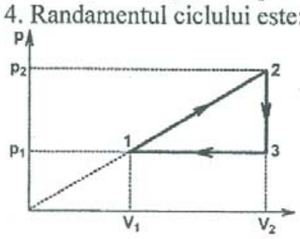
4. Utilizând notațiile din manualele de fizică, relația lui Robert Mayer pentru un gaz ideal este: **(6 pct.)**

a) $C_p=\dfrac{C_V-R}{2}$; b) $C_p=C_V+R/2$; c) $C_p=\dfrac{C_V+R}{2}$; d) $C_p=C_V+R$;

e) $C_p=C_V-R/2$; f) $C_p=C_V-R$.

R4. Relația Robert-Mayer pentru un gaz ideal este $C_p=C_V+R$.

5. O cantitate de gaz ideal cu exponentul adiabatic egal cu 1,4 parcurge ciclul din figură. Transformarea $1\rightarrow 2$ este reprezentată printr-o dreaptă care trece prin origine. Raportul dintre temperaturile extreme atinse de gaz pe parcursul ciclului este egal cu 4. Randamentul ciclului este: **(6 pct.)**



a) $\frac{1}{18}$; b) $\frac{1}{20}$; c) $\frac{5}{18}$; d) $\frac{1}{12}$; e) $\frac{1}{25}$; f) $\frac{3}{25}$.

R5: Temperatura minimă este cea din starea 1, iar temperatura maximă cea din starea 2. Folosind $pV = \nu RT$ şi legea $p = aV$ a transformării $1 \to 2$, unde a este o constantă pozitivă, obținem $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 2$. Gazul primeşte căldură pe transformarea $1 \to 2$, iar în rest cedează căldură. Astfel, căldura primită este $Q_p = \nu C_V(T_2 - T_1) + L_{12} = \nu C_V(T_2 - T_1) + \frac{p_1 + p_2}{2}(V_2 - V_1) = \nu C_V(3T_1) + \frac{3p_1V_1}{2} =$

$= \nu RT_1\left(\frac{3}{\gamma - 1} + \frac{3}{2}\right) = 9\nu RT_1$, unde am folosit $C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$ (vezi rezolvarea problemei 9).

Lucrul mecanic pe întreg ciclul este: $L = \frac{(p_2 - p_1)(V_2 - V_1)}{2} = \frac{p_1V_1}{2} = \frac{1}{2}\nu RT_1$.

Astfel, randamentul este $\eta = \frac{L}{Q_p} = \frac{1}{18}$.

Comentariu: Transformarea $1 \to 2$ este politropă ($pV^n = \text{const.}$) cu indicele politropic $n = -1$. Căldura molară în această transformare este:

$C_{12} = C_V - \frac{R}{n-1} = R\left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{n-1}\right) = 3R$, iar $Q_p = Q_{12} = \nu C_{12}(T_2 - T_1) = 9\nu RT_1$.

6. Un corp aruncat de jos în sus în câmp gravitațional revine în punctul de lansare după 4 s. Viteza cu care a fost lansat corpul este ($g = 10\ m/s^2$): **(6 pct.)**

a) 25 m/s ; b) 10 m/s ; c) 12 m/s ; d) 40 m/s ; e) 20 m/s ; f) 15 m/s .

R6. Timpul de coborîre este egal cu cel de urcare, iar viteza cu care a fost lansat corpul este $v_0 = g\tau_u = 20\,\text{m/s}$.

7. Intensitatea de scurtcircuit a unui generator este 10 A . Când generatorul alimentează un consumator, prin acesta trece un curent de 2 A . Randamentul circuitului este: **(6 pct.)**

a) 40%; b) 80%; c) 20%; d) 10%; e) 50%; f) 60%.

R7. Randamentul este $\eta = \frac{P_{ext}}{P_{tot}} = \frac{R}{R + r} = 1 - \frac{r}{R + r} = 1 - \frac{I}{Isc} = 0{,}8 = 80\%$.

8. Rezistența electrică a unui rezistor care consumă o energie electrică de 1,1 kWh în 45 minute atunci când este conectat la o tensiune de 220 V, are valoarea: **(6 pct.)**

a) $118\,\Omega$; b) $22\,\Omega$; c) $27\,\Omega$; d) $33\,\Omega$; e) $87\,\Omega$; f) $44\,\Omega$.

R8: $W_{el} = UI\tau = \frac{U^2}{R}\tau$, de unde $R = \frac{U^2}{W_{el}}\tau = \frac{220\text{V} \cdot 220\text{V}}{1100\text{W} \cdot \text{h}} \cdot \frac{3}{4}\text{h} = 33\Omega$

9. Căldura molară izocoră a unui gaz ideal cu exponentul adiabatic egal cu 1,5 este (R = 8,31 J/mol·K): **(6 pct.)**

a) 20,16 J/mol·K; b) 28,31 J/mol·K; c) 24,93 J/mol·K; d) 8,31 J/mol·K; e) 16,62 J/mol·K; f) 33,24 J/mol·K.

R9: Din definiția exponentului adiabatic $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ şi din relația Robert-Mayer pentru un gaz ideal $C_p = C_V + R$ se obține $C_V = \frac{R}{\gamma - 1} = 2R = 16{,}62\,\text{J/mol} \cdot \text{K}$.

10. Unitatea de măsură a energiei potențiale în SI este: **(6 pct.)**

a) N/m; b) W; c) N; d) $kg \cdot m/s$; e) Pa; f) J.

R10: În SI, energia (oricare ar fi natura sa) se măsoară în J (Joule).

11. Un generator cu randamentul de 40% debitează energie pe o rezistență exterioară. Căderea de tensiune la bornele generatorului este 1 V . Tensiunea electromotoare a bateriei este: **(6 pct.)**

a) 2,5 V ; b) 12 V ; c) 2,0 V ; d) 3,0 V ; e) 10 V ; f) 1,5 V .

R11. Randamentul este $\eta = \frac{P_{ext}}{P_{tot}} = \frac{U}{E}$, deci $E = \frac{U}{\eta} = 2{,}5\text{V}$.

12. Un corp este lansat cu viteza inițială de 10 m/s pe un plan orizontal. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și plan este 0,2. Timpul după care corpul se oprește este ($g = 10$ m/s^2): **(6 pct.)**

a) 8 s; b) 5 s; c) 2 s; d) 0,5 s; e) 10 s; f) 1 s.

R12. Valoarea absolută a accelerației este $a = \mu g$ iar timpul pînă la oprire $\tau = \frac{v_0}{a} = 5\text{s}$.

13. Într-o transformare a unui gaz ideal temperatura crește cu 40%, iar volumul scade de 5 ori. Raportul dintre presiunea finală și cea inițială este: **(6 pct.)**

a) 5; b) 4; c) 3; d) 7; e) 6; f) 2.

R13. Folosind $pV = \nu RT$, obținem $\frac{p_f}{p_i} = \frac{T_f}{T_i} \cdot \frac{V_i}{V_f} = 1{,}4 \cdot 5 = 7$.

R13bis. Gazul efectuează o transformare generală $\frac{pV}{T} = const.$, de unde se obține $\frac{p_f}{p_i} = \frac{T_f}{T_i} \cdot \frac{V_i}{V_f} = 1{,}4 \cdot 5 = 7$.

14. O mașină termică efectuează un ciclu Carnot între temperaturile 400 K și 800 K. Randamentul mașinii este: **(6 pct.)**

a) 0,4; b) 0,8; c) 0,6; d) 0,5; e) 0,2; f) 0,3.

R14. $\eta = 1 - \frac{T_r}{T_c} = 0{,}5$.

15. Două rezistențe de $10\,\Omega$ și $90\,\Omega$ sunt legate succesiv la bornele unei baterii degajând aceeași cantitate de căldură în intervale de timp egale. Rezistența internă a bateriei este: **(6 pct.)**

a) $9\,\Omega$; b) $11\,\Omega$; c) $30\,\Omega$; d) $900\,\Omega$; e) $2\,\Omega$; f) $80\,\Omega$.

R15. Se degajă aceeași cantitate de căldură în același interval de timp pe două rezistențe diferite conectate succesiv la bornele unei baterii cînd acestea satisfac relația $R_1 \cdot R_2 = r^2$, deci $r = \sqrt{R_1 \cdot R_2} = 30\Omega$.