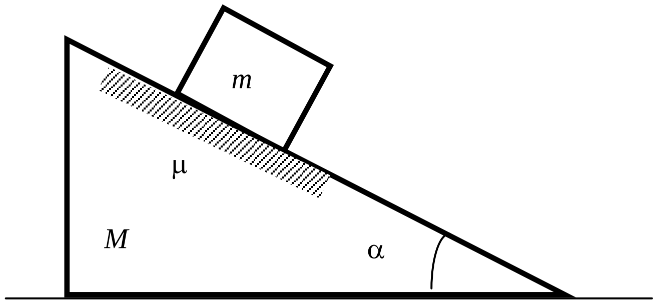
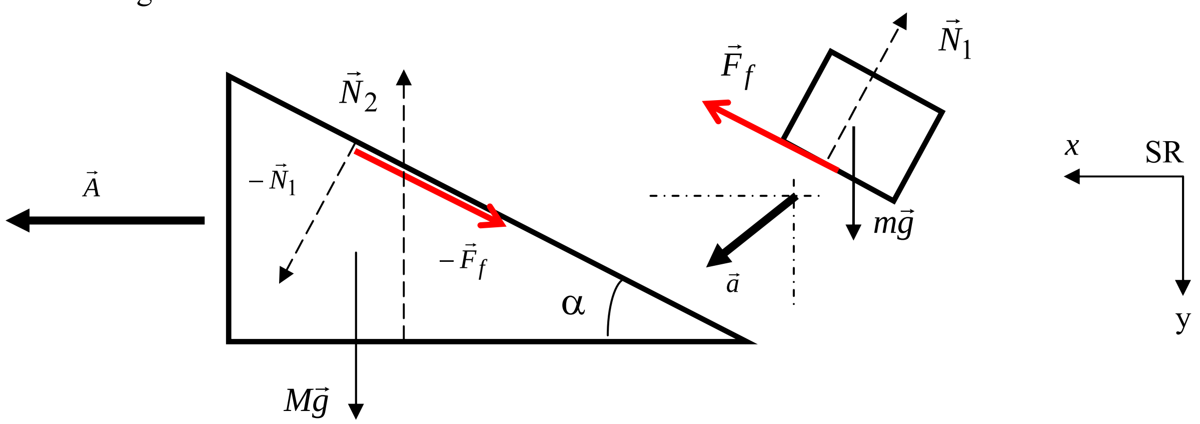
Tipul F2

1. În sistemul din figură, corpul de masă $m = 4$ kg coboară cu frecare ($\mu = 0{,}5$) pe prisma de masă $M = 9$ kg și unghi $\alpha = 45^0$. Dacă prisma se deplasează pe orizontală fără frecare şi $g = 10$ m/s^2, modulul accelerației prismei este:



Soluție:

Corpurile se mişcă diferit, singura condiție fiind că ele se găsesc în permanență în contact. Aşadar vom descompune sistemul în două parți componente, înlocuind prezența unei părți cu acțiunile ei asupra celeilalte părți. Alegem sistemul de referintă inerțial (SRI) cu axele orientate conform figurii.



Ținând cont că forța de frecare dintre corpuri este $F_f = \mu N_1$, proiecțiile pe cele două axe ale ecuațiile de mişcare ale cele două corpuri sunt :

- pentru corpul de masă M :

Pe axa Ox : $MA = N_1 \sin\alpha - \mu N_1 \cos\alpha$ (1)

Pe axa Oy : $0 = Mg - N_2 + N_1 \cos\alpha + \mu N_1 \sin\alpha$ (1a)

- pentr corpul de masă m :

Pe axa Ox : $ma_x = -N_1 \sin\alpha + \mu N_1 \cos\alpha$ (2)

Pe axa Oy : $ma_y = mg - N_1 \cos\alpha - \mu N_1 \sin\alpha$ (3)

Eliminând apăsarea normală N_1 din relația (1)

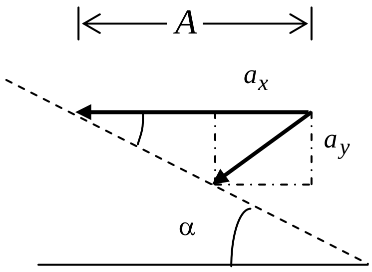
$$N_1 = \frac{MA}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$$

şi introducând-o în ec (2) şi (3) se obține:

$$m a_x = MA\frac{\mu\cos\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad a_x = -A\frac{M}{m} \tag{4}$$

$$m a_y = mg - MA\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad a_y = g - A\frac{M}{m}\cdot\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} \tag{5}$$

Condiția ca un corp să alunece pe suprafața celuilalt este (vezi figura):



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{a_y}{A - a_x}$$

de unde se obține succesiv:

$$A\operatorname{tg}\alpha + A\frac{M}{m}\operatorname{tg}\alpha = g - A\frac{M}{m}\cdot\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}$$

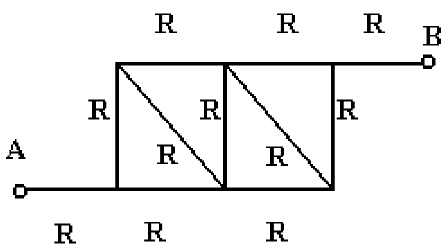
$$A = \frac{g}{\frac{M}{m}\left[\frac{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} + tg\alpha\right] + tg\alpha} = \frac{g}{\frac{M}{m}\cdot\frac{\operatorname{tg}^2\alpha + 1}{\operatorname{tg}\alpha - \mu} + \operatorname{tg}\alpha} \tag{6}$$

Numeric:

$$A = \frac{10}{\frac{9}{4}\cdot\frac{1+1}{1-0{,}5} + 1}\ \text{m/s}^2 = 1\ \text{m/s}^2$$

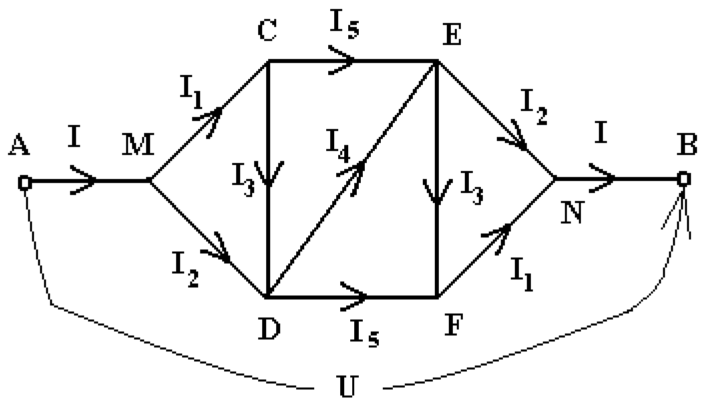
2. Cele 11 laturi din figură au fiecare rezistența *R*=22Ω. Rezistența între punctele A și B este egală cu:

a). 74 Ω; **b). 33 Ω;** **c). 154/13 Ω;**
d). 394/11 Ω; **e). 72 Ω;** **f). 81 Ω.**



Rezolvare

$R_{AB} = 2R + R_{ech}$ unde R_{ech} este rezistența echivalentă a celor nouă rezistoare din mijloc. Rezolvarea este mai simplă dacă desenăm schema într-o formă simetrică:



Presupunem că la bornele A şi B aplicăm o tensiune U. Nu toţi curenţii sunt diferiţi, putem deduce din simetrie egalitatea unora dintre ei. Pe schemă am figurat toţi curenţii luând în consideraţie observaţia precedentă. Există numai 5 intensităţi diferite, deoarece, de exemplu, $I_{CD}=I_{EF}$, $I_{CE}=I_{DF}$, etc. Legea I a lui Kirchhoff în nodurile C şi D se scrie:

$$I_1 = I_3 + I_5 \quad (1) \qquad\qquad I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \quad (2)$$

Se scrie legea a II-a a lui Kirchhoff:

folosind porţiunea AMCENB $\quad U = 2RI + R(I_1 + I_5 + I_2) \quad (3)$

pe ochiul CDE: $\quad R(I_3 + I_4) = RI_5, \quad (4)$

pe ochiul MCD $\quad R(I_1 + I_3) = RI_2 \quad (5).$

Din ecuaţiile (1,2,4,5) găsim toţi curenţii în funcţie de I_1:

$$I_2 = \frac{6I_1}{5}, \qquad I_3 = \frac{I_1}{5}, \qquad I_4 = \frac{3I_1}{5}, \qquad I_5 = \frac{4I_1}{5}.$$

Introducând în (3) rezultă $U = 2RI + R\left(I_1 + \frac{4I_1}{5} + \frac{6I_1}{5}\right) = 2RI + 3RI_1$, sau, deoarece $I = I_1 + I_2 = \frac{11I_1}{5}$, sau $I_1 = \frac{5I}{11}$, $U = \left(2 + \frac{15}{11}\right)RI = \frac{37}{11}RI$. $R_{AB} = \frac{U}{I} = \frac{37}{11} \times 22 = 74\ \Omega$

3. La bornele unui generator se leagă succesiv două rezistoare, randamentele circuitelor electrice corespunzătoare fiind de 40% și respectiv 70%. Randamentul circuitului, când la bornele generatorului se conectează ambele rezistoare legate în serie, este:

Rezolvare

Circuitele obținute prin conectarea succesivă a rezistoarelor cu rezistențele R_1 respectiv R_2 la bornele generatorului având rezistența internă r au randamentele: $\eta_1 = \frac{R_1}{R_1 + r}$ și respectiv $\eta_2 = \frac{R_2}{R_2 + r}$. Când la bornele generatorului se conectează gruparea serie a rezistoarelor, având rezistența echivalentă R_1+R_2, randamentul circuitului este: $\eta = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + r}$. Înlocuind în această relație expresiile rezistențelor $R_1 = \frac{\eta_1}{1-\eta_1}$ și respectiv $R_2 = \frac{\eta_2}{1-\eta_2}$, obținute din primele două ecuații, rezultă: $\eta = \frac{\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_1 \cdot \eta_2}{1 - \eta_1 \cdot \eta_2}$ și mai departe $\eta = 75\%$.

4. La legarea în serie sau în paralel a patru generatoare electrice identice, puterea disipată pe un rezistor este $P = 160$ W. Puterea disipată de un singur generator pe acelaşi rezistor este:

Rezolvare

La legarea în serie a celor patru generatoare identice, intensitatea curentului prin rezistorul de rezistență *R*, conectat la bornele acestei baterii de generatoare, este:

$I_s = \dfrac{4E}{R+4r}$, iar puterea disipată pe rezistor este $P = RI_s^2$.

La legarea generatoarelor în paralel, intensitatea curentului prin acelaşi rezistor de rezistență *R*, conectat la noua baterie de generatoare, este:

$I_p = \dfrac{E}{R+\dfrac{r}{4}}$, iar puterea disipată pe rezistor este $P = RI_p^2$.

Egalând puterile şi înlocuind expresiile I_s şi I_p, rezultă $R = r$.

La conectarea rezistorului la un singur generator, intensitatea curentului prin circuit este $I = \dfrac{E}{R+r}$.

Ținând cont că $R = r$, $I = \dfrac{E}{2R}$, iar puterea disipată pe rezistor este $P' = RI^2$, adică $P' = \dfrac{E^2}{4R}$.

Din $P = RI_p^2$ şi $R = r$ rezultă:

$$P = RI_p^2 = R\left(\frac{E}{R+\dfrac{r}{4}}\right)^2 = R\left(\frac{E}{R+\dfrac{R}{4}}\right)^2 = \frac{16}{25}\frac{E^2}{R},$$

adică $\dfrac{E^2}{R} = \dfrac{25}{16}P$.

Ca urmare, $P' = \dfrac{E^2}{4R} = \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{25}{16}P = 62{,}5$ W.

5. O masă de 150 g de gaz ideal (μ = 18 g/mol) suferă o transformare în care presiunea variază linear cu volumul. Gazul trece din starea p_1 = 7·10^5 Pa, V_1 = 32 litri în starea p_2 = 10^{6}Pa, V_2 = 22litri. Temperatura maximă atinsă de gaz în această transformare este (R = 8,3 J/mol·K):

Rezolvare

Gazul suferă o transformare generală descrisă în coordonate (*p*,*V*) prin legea $p(V) = a\cdot V + b$, în care $a = \dfrac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1}$ şi $b = p_1 - a\cdot V_1$, adică $a = -3\cdot 10^7$ Pa/m^3 respectiv $b = 16{,}6\cdot 10^5$ Pa. Înlocuind în această relație expresia presiunii $p = \dfrac{\nu RT}{V}$, așa cum rezultă din ecuația termică de stare a gazului ideal, se obține legea transformării generale a gazului în coordonate (*V*,*T*): $T(V) = \dfrac{1}{\nu R}\left(a\cdot V^2 + b\cdot V\right)$. Din condiția de extremum a acestei funcții, când volumul gazului este $V_M = -\dfrac{b}{2a}$, el atinge temperatura maximă $T_{\max}(V = V_M) = \dfrac{1}{\nu R}\left(\dfrac{-b^2}{4a}\right)$ adică T_{max}=332 K.

6. Un mobil se deplasează jumătate din durata mișcării cu viteza de 65 km/h și cealaltă jumătate cu viteza de 95 km/h. Viteza medie a mobilului este:

Rezolvare

Viteza medie a mobilului este $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ unde Δx reprezintă deplasarea totala a mobilului efectuată pe toată durata Δt a mișcării sale. Într-o jumătate din durata mișcării sale corpul se deplasează cu $\Delta x_1 = v_1 \frac{\Delta t}{2}$ iar în cealaltă jumătate cu $\Delta x_2 = v_2 \frac{\Delta t}{2}$. Ținând cont de faptul că $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$ rezultă că viteza medie a mobilului are expresia $v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$, respectiv valoarea $v_m = 80$ km/h.

7. La capetele unui conductor de rezistență 2Ω se aplică o tensiune electrică de 4V. Intensitatea curentului electric prin conductor este:

Rezolvare

Aplicând legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit, $I = \frac{U}{R}$, rezultă:

$I = \frac{4}{2} = 2$ A.

8. Căldura disipată de un consumator cu rezistența de 20Ω străbătut de un curent de intensitate 2A timp de 5 minute este:

Rezolvare

Conform definiției $Q = W = UIt = RI^2 t$, adică $Q = 20 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 60) = 24000$ J, sau $Q = 24$ kJ.

9. Volumul unui mol de gaz ideal la temperatura de 300K şi presiunea de 10^5 Pa (R = 8,3J/mol·K) este egal cu:

Rezolvare

Din ecuația termică de stare a gazului ideal, $pV = \nu RT$, se obține $V = \frac{\nu RT}{p}$, adică

$V = \frac{1 \cdot 8,3 \cdot 300}{10^5} = 0,0249$ m^3.

10. O cantitate de gaz ideal cu volumul de 60 litri este încălzită la presiunea constantă de $3 \cdot 10^5$Pa. Dacă volumul crește de 5 ori, lucrul mecanic efectuat de gaz este:

Rezolvare

Lucrul mecanic efectuat de gazul ideal în transformarea izobară dată este:

$$L = p \cdot \Delta V = p \cdot (5V_1 - V_1) = 4pV_1, \text{ adică } \quad L = 72 \text{ kJ}.$$

11. Randamentul unui ciclu Carnot este de 50%. Dacă temperatura sursei calde crește de 2 ori, iar cea a sursei reci rămâne neschimbată, randamentul devine egal cu:

Rezolvare

Randamentul ciclului Carnot, exprimat în funcție de temperaturile surselor caldă (T_1) şi rece (T_2), este $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$, de unde rezultă că $\frac{T_2}{T_1} = 1 - \eta$. Când temperatura sursei calde crește de 2 ori, randamentul devine $\eta^* = 1 - \frac{T_2}{2T_1} = 1 - \frac{1}{2}(1-\eta) = \frac{1}{2}(1+\eta)$, adică $\eta^* = 0,75$.

12. Un gaz ideal aflat la presiunea de 10^5 Pa suferă o transformare izocoră în urma căreia temperatura gazului se dublează. Presiunea gazului creşte cu:

Rezolvare

Aplicând legea transformării izocore, $\frac{p}{T} = \text{const.}$, se obține $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{2T_1}$ şi $p_2 = 2p_1$. Presiunea gazului creşte cu $\Delta p = p_2 - p_1 = p_1$, adică $\Delta p = 10^5$ Pa.

13. Temperatura unui kilogram de apă (cu căldura specifică *c* = 4185 J/kgK), care primeşte o cantitate de căldură de 83700 J, variază cu:

Rezolvare

Din definiția căldurii specifice a unei substanțe, $c = \frac{Q}{m\Delta T}$, rezultă $\Delta T = \frac{Q}{mc}$, adică

$\Delta T = \frac{83700}{1 \cdot 4185} = 20\ \text{K}$ sau $\Delta t = 20\ °\text{C}$.

14. Utilizând notațiile din manualele de fizică, legea lui Ohm pentru circuitul simplu este:

Rezolvare

$$I = \frac{E}{R+r}$$

15. Unitatea de măsură în SI pentru impuls este:

Rezolvare

$[p]_{SI} = \text{kg} \cdot \text{m/s}$

16. Dacă σ, ε și *E* sunt efortul unitar, alungirea relativă și respectiv modulul lui Young, legea lui Hooke are expresia :

Rezolvare

$\sigma = E \cdot \varepsilon$.

17. **Legea de mişcare a unui mobil este** $x(t) = 2t^2 - 8t + 21$ **(m). Viteza mobilului când acesta se află în punctul de coordonată** x **= 13 m este:**

Rezolvare

Momentul de timp la care mobilul se află în punctul de coordonată x = 13 m este dat de soluția unică, t = 2 s, a ecuației $13 = 2t^2 - 8t + 21$. Din expresia legii de mișcare, rezultă că mobilul se mișcă rectiliniu uniform variat cu accelerația a = 4 m/s^2 și are o viteză inițială v_0 = - 8 m/s. Legea vitezei mobilului în mișcarea dată are forma generală $v(t) = a \cdot t + v_0$, respectiv forma particulară $v(t) = 4 \cdot t - 8$ (m/s). Prin urmare, când t = 2 s, $v(2) = 0$ m/s.

18. **Două rezistoare cu rezistențele de 2Ω şi respectiv 8Ω sunt legate în paralel. Rezistența echivalentă a grupării este:**

Rezolvare

Din $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ rezultă $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, adică $R_p = 1{,}6\,\Omega$.